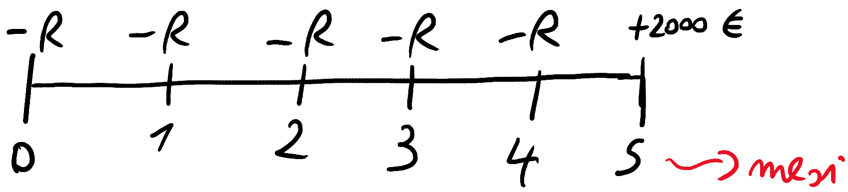
Esercizio 1

domenica 19 dicembre 2021 12:48

Un individuo vuole accumulare 2000€ , a tale fine effettua versamenti mensili costanti anticipati in un fondo rivalutato del 7,5% .
Determinare l'ammontare della rata con 5 versamenti

SOL



$i = 7{,}5\%$

Dobbiamo trovare inizialmente il tasso d'interesse mensile:

$$i_{12} = (1+i)^{\frac{1}{12}} - 1 = (1+0{,}075)^{\frac{1}{12}} - 1 = 0{,}006$$

Ora siamo in presenza di una rendita immediata, anticipata, temporanea, dobbiamo usare la formula del montante relativa a tale rendita:

$$W(m,t) = R\,\frac{(1+i)^m - 1}{i}\,(1+i)$$ Noi useremo i_{12} e non i

Per cui si ha:

$$2000 = R\,\frac{(1{,}006)^5 - 1}{0{,}006}\,(1{,}006)$$

$$\Rightarrow R = 392{,}87\ €$$

Esercizio 2

venerdì 28 gennaio 2022 16:57

PIANO D'AMMORTAMENTO FRANCESE

Un individuo contrae un prestito con un istituto bancario al tempo t=0. La somma erogata è pari a 56000€ e verrà rimborsata in 6 rate semestrali contanti posticipate al tasso nominale annuo del 7%.

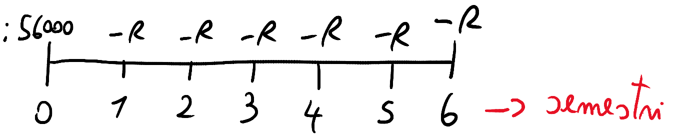
a) Costruire il piano d'ammortamento del debito contratto

All'epoca t=1.5 anni, immediatamente dopo il pagamento della terza rata, la banca comunica una variazione del tasso nominale annuo che diventa pari all'8%. Considerando che l'individuo non intende modificare l'ammontare della rata (semestrale) precedentemente calcolata,

b) Determinare il numero di rate ancora da pagare per estinguere il debito

SOL

a):



Ora noi abbiamo il tasso nominale $J_{nom}(m) = 7\%$, però ci serve il tasso interesse semestrale:

Si ha:

$$J_{nom}(2) = m \cdot i_2 \Rightarrow i_2 = \frac{J_{nom}(2)}{2} = \frac{0,07}{2} = 0,035$$

Ora, la nostra è una rendita immediata, posticipata, temporanea, si ha che:

$$W(0,\Gamma) = R\,\frac{1-(1+i)^{-m}}{i}$$

Cioè:

$$56000 = R\,\frac{1-(1,035)^{-6}}{0,035}$$

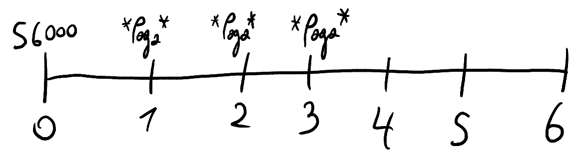
Da cui ricaviamo R:

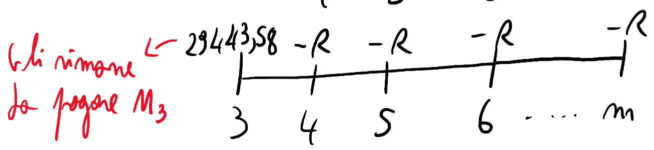
$$R = 10509,42\ €$$

Abbiamo tutto ciò che ci serve per costruire il piano d'ammortamento:

K	R	C_K	I_K	M_K
0	0	0	0	$S = 56000$
1	10509,42€	$C_1 = 8549,42$	$I_1 = 1960$	$M_1 = 47450,58$
2	10509,42	$C_2 = 8848,65$	$I_2 = 1660,77$	$M_2 = 38601,93$
3	10509,42	$C_3 = 9158,35$	$I_3 = 1351,068$	$M_3 = 29443,58$
4	10509,42	$C_4 = 9478,89$	$I_4 = 1030,53$	$M_4 = 19964,69$
5	10509,42	$C_5 = 9810,65$	$I_5 = 698,77$	$M_5 = 10154,04$
6	10509,42	$C_6 = 10154,03$	$I_6 = 355,39$	$M_6 = 0,01 \sim 0$

b):





$\rightarrow J_{nom}^{(m)} = 8\% \Rightarrow J_{nom}(2) = 2 \cdot i_m$

$\Rightarrow i_2 = \frac{J_{nom}(2)}{2} = \frac{8\%}{2} = 4\% = 0,04$

Allora, dobbiamo calcolare m; per cui si ha:

$$29443,58 = R \, \frac{1-(1+i)^{-m}}{i} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 29443,58 = 10509,42 \, \frac{1-(1,04)^{-m}}{0,04} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{29443,58}{10509,42} \cdot 0,04 - 1 = -(1,04)^{-m} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -\frac{29443,58}{10509,42} \cdot 0,04 + 1 = (1,04)^{-m}$$

$$\Rightarrow -m = \frac{\log\left(1 - \frac{29443,58}{10509,42} \cdot 0,04\right)}{\log(1,04)} = -3,03$$

$$\Rightarrow m = 3,03$$

$\Rightarrow n = 3{,}03$

Consideriamo però $[n+1]$, cioè $[4{,}03] = 4$

In conclusione:

$$n = 4$$

$\blacksquare$

Esercizio 3

sabato 29 gennaio 2022 15:53

Una società vuole acquistare un terreno il cui costo è pari a 160000€. Parte del costo viene ricavato attraverso l'emissione sul mercato di 50 TCF,ognuno dei quali ha un valore facciale pari a 2200€, cedola semestrale, scadenza 2 anni, tasso nominale del 4% e riconosce un tir del 5%. Per la parte rimanente la società decide di accedere ad un mutuo al tasso del 3% annuo caratterizzato da rate mensili costanti posticipate. Supponendo che la società non possa pagare una rata mensile superiore a 12000€, si determini:

a) Il numero di versamenti effettuati dalla società per estinguere il mutuo ed il relativo importo
b) Il piano d'ammortamento per il rimborso del mutuo contratto

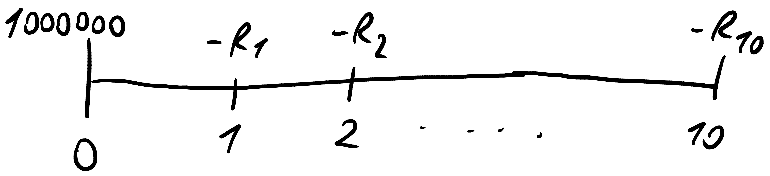
Esercizio 4

sabato 29 gennaio 2022 16:14

Il finanziamento di un capitale C=1000000€ viene rimborsato secondo il metodo a quota capitale costante con 10 rate annuali posticipate di cui 2 di preammortamento (quindi solo interessi!)

a) Descrivere il piano d'ammortamento secondo la legge esponenziale con tasso i= 7%

Sol



K	R_K	C_K	I_K	M_K
0	0	0	0	S
1	70000	0	70000	S
2	70000	0	70000	S
3	195000	125000	70000	875000
4	186250	125000	61250	750000
5	177500	125000	52500	625000
6	168750	125000	43750	500000
7	160000	125000	35000	375000
8	151250	125000	26250	250000
9	142500	125000	17500	125000
10	133750	125000	8750	0

10	133750	125000	8750	0

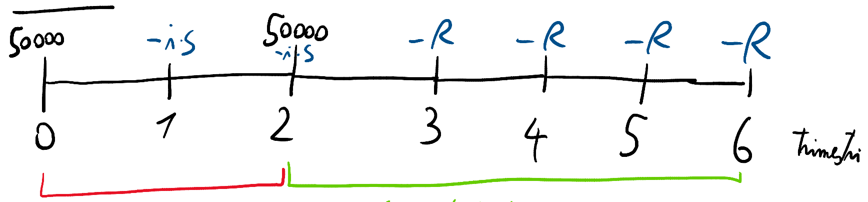
Esercizio 5

sabato 29 gennaio 2022 16:56

Un individuo stipula in t=0 un contratto di mutuo per un importo pari a 100000€ di cui 50000€ vengono erogati immediatamente e i rimanenti al tempo t=6mesi. L'importo viene rimborsato mediante 6 rate trimestrali posticipate, le prime due costituite solo da interessi relativi alla prima erogazione e calcolati al tasso nominale annuo del 7%. Le rimanenti rate vengono determinate mediante il sistema d'ammortamento francese utilizzando un tasso nominale annuo pari al 6.4%.
Compilare il piano d'ammortamento dell'operazione di finanziamento sopra descritta.

Sol

100000 in totale perché paghiamo solo interessi



$J_{nom}(m) = 7\%$

$\Downarrow$

$i_4 = \frac{0,07}{4} = 0,0175$

$J_{nom}(m) = 6,4\%$

$\Downarrow$

$i_4 = \frac{0,064}{4} = 0,016$

$$100000 = R \, \frac{1-(1,016)^{-4}}{0,016} \Rightarrow R = \frac{100000 \cdot 0,016}{1-(1,016)^{-4}} = 26007,93611$$

K	R_K	C_K	I_K	M_K
0	0	0	0	50000
1	875	0	875	50000
2	875	0	875	100000
3	26007,93611	24407,93611	1600	75592,06389
4	26007,93611	24798,46309	1209,47302	50793,6008
5	26007,93611	25195,2385	812,69761	25598,3623
6	26007,93611	25598,3623	409,5738	0

Esercizio 6

sabato 29 gennaio 2022 22:55

Un individuo ha contratto 5 anni fa un mutuo di 40000€ per l'acquisto della casa da rimborsare mediante rate costanti, annue, posticipate al tasso dell'8%. L'importo della rata è stato calcolato tenendo conto che l'individuo era in grado di rimborsare un importo non superiore al 40% della sua retribuzione annua pari a 10000€.

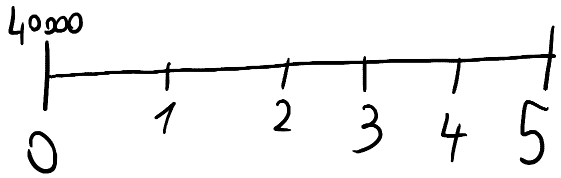
a) Determinare il numero di rate per estinguere il mutuo

Oggi l'individuo ottiene la possibilità di rinegoziare il mutuo al tasso del 5% e ottiene un aumento della sua retribuzione annua che diventa di 15000€. Ora l'individuo intende acquistare un'automobile che costa 12000€ che pagherà mediante rate annue immediate posticipate costanti e al tasso del 9%. Sapendo che l'individuo deve comunque rispettare il vincolo relativo al 40% della retribuzione,

b) Determinare quanti anni sono necessari per rimborsare il finanziamento relativo all'automobile

SOL

a):



$i = 8\% = 0,08$

$$R_{max} \leq \frac{40}{100} \cdot 10000 \Rightarrow R_{max} \leq 4000$$

Allora, sappiamo che:

$$40000 = R \, \frac{1-(1,08)^{-n}}{0,08}$$

Cioè

$$40000 = 4000 \cdot \frac{1-(1,08)^{-n}}{0,08}$$

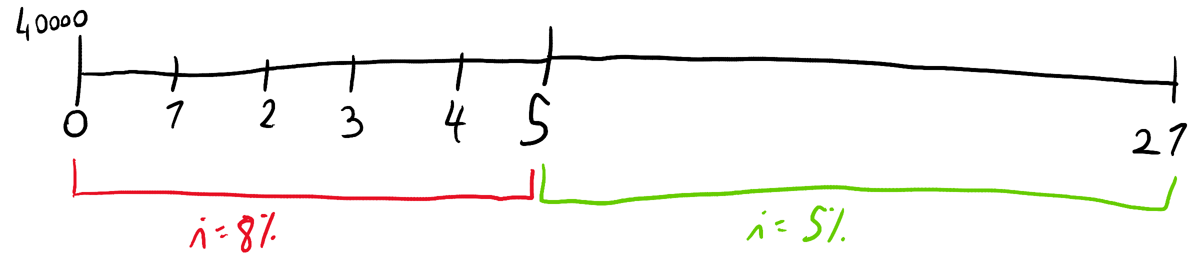
$$\Rightarrow 1-(1,08)^{-m} = \frac{40000 \cdot 0,08}{4000} \Rightarrow (1,08)^{-m} = 1 - \frac{40000 \cdot 0,08}{4000}$$

$$\Rightarrow m = -\frac{\log\left(1-\frac{40000 \cdot 0,08}{4000}\right)}{\log(1,08)} \Rightarrow m = 20,97 \Rightarrow [m+1] = 21$$

Calcoliamo allora la rata in 21 periodi:

$$40000 = R\,\frac{1-(1,08)^{-21}}{0,08} \Rightarrow R = 3993,29$$

b):



Ora dobbiamo capire quanto ci resta da pagare all'epoca $t=5$, perché in $t=1,\dots,5$ abbiamo già pagato qualcosa.

Abbiamo due scelte per sapere il nostro debito residuo in $t=5$:

1) Usiamo la formula:

$$M_5 = \overset{3993,29}{R}\,\frac{1-(1,08)^{-16}}{0,08}$$

$21-5=16$ sono le rate ancora da pagare

2) Dobbiamo capitalizzare, cioè:

$$\underbrace{40000\,(1,08)^5}_{\substack{\text{Classica formula:}\\ W(t)=W(0)\,(1+i)^{t-t_0}}} - \underbrace{3993,29\,\frac{(1,08)^5-1}{0,08}}_{\substack{\text{Usiamo la formula del montante di una rendita immediata,}\\ \text{posticipata, temporanea: } W(t;n)=R\cdot\frac{(1+i)^{t-t_0}-1}{}}} = M_5$$

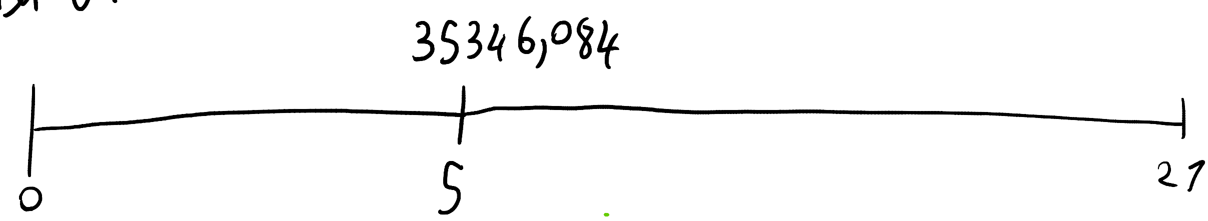
Usiamo formula:
$W(t)=W(0)\,(1+i)^{t-t_0}$

Usiamo la formula del montante di una rendita immediata, posticipata, temporanea: $W(t,n)=R\cdot\frac{(1+i)^{t-t_0}-1}{i}$

3): Usiamo il piano d'ammortamento fino a m_5

K	R_K	C_K	I_K	m_K
0	0	0	0	40000
1	3993,29	793,29007		39206,71
2	3993,29	856,7532		38349,45679
3	3993,29	925,2935		37424,66329
4	3993,29	999,3770		36425,34629
5	3993,29	1079,2623		35346,084
⋮				
21				

Per cui:



$i=5\%=0,05$

Calcoliamo ora la nuova rata da pagare:

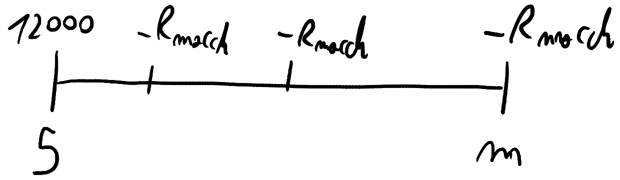
$$35346,084=R\,\frac{1-(1,05)^{-16}}{0,05}\ \Rightarrow\ R=3261,38$$

Ora
$$R_{max}=\frac{40}{100}\cdot 15000=6000$$

Qual è la rata per la macchina?
Si ha:

$$R_{macchina} = R_{max} - R = 6000 - 3261{,}38 = 2738{,}62$$

Ora abbiamo tutto :



$$\Rightarrow \quad 12000 = R_{macchina} \, \frac{1-(1{,}09)^{-n}}{0{,}09}$$

$$\Rightarrow \quad 12000 = 2738{,}62 \, \frac{1-(1{,}09)^{-n}}{0{,}09}$$

$$\Rightarrow \quad 1-(1{,}09)^{-n} = \frac{12000 \cdot 0{,}09}{2738{,}62} \quad \Rightarrow \quad (1{,}09)^{-n} = 1 - \frac{12000 \cdot 0{,}09}{2738{,}62}$$

$$\Rightarrow \quad n = - \frac{\log\left(1 - \frac{12000 \cdot 0{,}09}{2738{,}62}\right)}{\log(1{,}09)} = 5{,}82 \quad \Rightarrow [n+1] = 6$$

Vogliamo sapere quale sarà la nuova rata per la macchina ?
Si ha:

$$12000 = R \, \frac{1-(1{,}09)^{-6}}{0{,}09} \quad \Rightarrow \quad R = 2675{,}037$$

Esercizio 7

lunedì 31 gennaio 2022 21:25

Determinare il TIR della seguente operazione finanziaria:

-80	40	25	30
0	1	2	3

Sol

Controlliamo se sono rispettate le seguenti condizioni:

- Un unico cambio di segno
- Deve essere $P < \sum_{k=1}^{m} x_k$ Cioè $\sum_{k=1}^{m} x_k - P > 0$

Si ha:

1) OK $-80 \overset{\text{qui}}{\downarrow} +40 + 25 + 30$

2) OK Infatti $-80 + 40 + 25 + 30 = 75 > 0$

Abbiamo tutto, dobbiamo imporre l'equità in $t=0$, cioè:

$$-P + \sum_{k=1}^{m} x_k v^k = 0 \Rightarrow \sum_{k=1}^{m} x_k v^k = P \Rightarrow P = \sum_{k=1}^{m} x_k v^k$$

Si ha:

$$80 = 40v + 25v^2 + 30v^3$$

La nostra $f(v) = 40v + 25v^2 + 30v^3$ e anche $f(v) = 80$.

Dobbiamo usare il metodo di estrapolazione:

- Occorre trovare v_m e v_1 t.c. $f(v_m) > P$ e $f(v_1) < P$ e t.c. $f(v_1 + \varepsilon) > P$ con $\varepsilon = 0{,}0001$

Per cui, scegliamo un $\bar{v}$ completamente a caso, ad esempio:

Sia $\bar{v} = 0{,}9544$, si ha:

$$f(\bar{v}) = f(0{,}9544) = 40 \cdot 0{,}9544 + 25 \cdot (0{,}9544)^2 + 30 \cdot (0{,}9544)^3 = 87{,}0283$$

Dato che $f(0{,}9544) > P = 80 \Rightarrow$ Possiamo scegliere $v_m = 0{,}9544$

Dobbiamo trovare v_1, prendiamo un altro numero a caso:

Sia $\tilde{v} = 0{,}9444$, si ha:

$$f(\tilde{v}) = f(0{,}9444) = 40 \cdot 0{,}9444 + 25 \cdot (0{,}9444)^2 + 30 \cdot (0{,}9444)^3 = 85{,}3423$$

$f(\tilde{v}) = f(0,9444) = 40 \cdot 0,9444 + 25 \cdot (0,9444)^2 + 30 \cdot (0,9444)^3 = 85,3423$

Dato che $f(\tilde{v}) > 80$, non va bene, noi dobbiamo trovare $\check{v}$ t.c. $f(\check{v}) < P$

Proviamo con $\tilde{v} = 0,9300$, si ha:

$f(\tilde{v}) = f(0,9300) = 40 \cdot 0,93 + 25 \cdot (0,93)^2 + 30 \cdot (0,93)^3 = 82,9532$

Ancora non va bene, proviamo con $\check{v} = 0,9$; si ha:

$f(\tilde{v}) = f(0,9) = \dots\dots = 78,72 \Rightarrow$

Si ha $f(\tilde{v}) < 80$, Possiamo prendere $V_1 = \tilde{v} = 0,9$, ma $f(V_1 + \varepsilon) > 80$?

· Controlliamo:

$f(V_1 + \varepsilon) = f(0,9007) = \dots\dots = 78,7357$

Purtroppo $f(V_1+\varepsilon) < 80$, dobbiamo trovare un nuovo V_2 :

Per trovare V_2, risolviamo il seguente sistema:

La nostra incognita

$$\begin{cases} f(V) = 80 \\ \dfrac{f(V) - f(V_1)}{f(V_m) - f(V_1)} = \dfrac{V - V_1}{V_m - V_1} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{80 - 78,72}{87,0283 - 78,72} = \frac{V - 0,9}{0,9544 - 0,9} \Rightarrow V = 0,9 + (0,9544 - 0,9)\,\frac{80 - 78,72}{87,0283 - 78,72}$$

$\Rightarrow V = 0,9175 \Rightarrow$ Questo sarà il nostro $V_2 \Rightarrow$ Cioè $V_2 = 0,9175$

Ora, calcoliamo $f(V_2)$, si ha:

$f(V_2) = 40 \cdot 0,9175 + 25 \cdot (0,9175)^2 + 30 \cdot (0,9175)^3 = 79,9499$

Dobbiamo controllare il nostro margine di errore, cioè:

$f(V_2 + \varepsilon) = f(0,9176) = \dots = 79,966$

Peccato, $f(V_2 + \varepsilon) < 80$; dobbiamo trovare un nuovo V_3 :

Allora, risolviamo il sistema:

$$\begin{cases} f(V) = 80 \\ \dfrac{f(V) - f(V_2)}{f(V_m) - f(V_2)} = \dfrac{V - V_2}{V_m - V_2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{80 - 79{,}9499}{87{,}0283 - 79{,}9499} = \frac{V - 0{,}9775}{0{,}9544 - 0{,}9775} \quad \Rightarrow V = 0{,}9775 + (0{,}9544 - 0{,}9775)\,\frac{80 - 79{,}9499}{87{,}0283 - 79{,}9499}$$

$\Rightarrow V = 0{,}9778 \quad \Rightarrow V_3 = 0{,}9778$

Calcoliamo $f(V_3)$ e speriamo che $f(V_3) < 80$ e $f(V_3 + \varepsilon) > 80$:

$f(V_3) = 40 \cdot 0{,}9778 + 25 \cdot (0{,}9778)^2 + 30 \cdot (0{,}9778)^3 = 79{,}9980$

$\Rightarrow f(V_3) < 80$

Controlliamo $f(V_3 + \varepsilon)$, si ha:

$f(V_3 + \varepsilon) = f(0{,}9779) = \ldots = 80{,}074$

$\Rightarrow f(V_3 + \varepsilon) > 80$

ABBIAMO FINALMENTE TROVATO UNA BUONA APPROSSIMAZIONE DI V^*, cioè:

V_3 è una buona approssimazione di V^*

$\Rightarrow V^* = V_3 = 0{,}9778$

Possiamo ora calcolare i^*:

Si ha:

$$i^* = \frac{1}{V^*} - 1 = \frac{1}{0{,}9778} - 1 = 0{,}0967$$

$\Rightarrow i^* = 9{,}67\%$

$\boxtimes$

Esercizio 8

martedì 1 febbraio 2022 15:01

Un individuo vuole acquistare un'automobile del valore di 28000 €. A tal fine gli vengono proposti tre finanziamenti alternativi:

- Finanziamento A): versamento immediato del 40% del valore dell'automobile, pagamento di rate mensili, posticipate per 2 anni di importo pari a 350€, pagamento all'epoca $t=2$ anni di una somma pari al 60% del valore dell'automobile.

- Finanziamento B): pagamento, a partire dall'epoca $t=1$ anno, di m rate semestrali costanti anticipate di importo pari a 1800 € al tasso del 6% annuo

- Finanziamento C): pagamento di 5 rate annuali posticipate di importo R allo stesso tasso del finanziamento A.

Determinare:

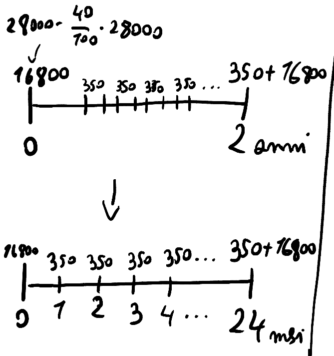
- Il tasso interno del costo del finanziamento A indicando quale dei tre finanziamenti l'individuo sceglierà
- Il numero di tasse m del finanziamento B
- Si redigga altresì il piano d'ammortamento del debito contratto nell'ipotesi di Finanziamento C

Sol

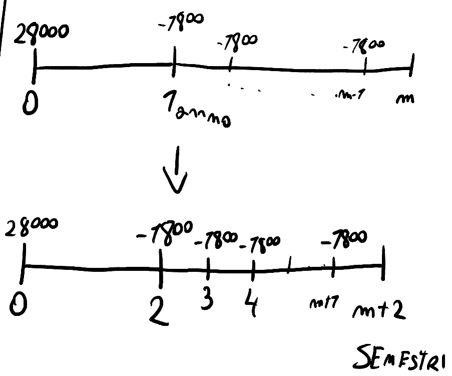
Rappresentiamo inizialmente i tre finanziamenti:

Finanziamento A	Finanziamento B	Finanziamento C

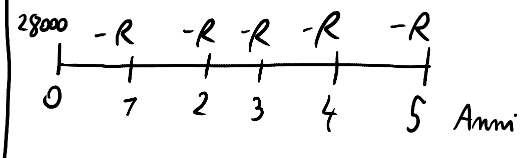
Finanziamento A



Finanziamento B



Finanziamento C



• Dobbiamo determinare il TIR di A:

Notiamo che si tratta di un TCF emesso alla pari $\Rightarrow i^* = \frac{I}{C} = \frac{350}{16800} = 0{,}0208 = 2{,}08\%$

$\Rightarrow i^* = 0{,}0208$ che è mensile $\Rightarrow i^*_{12} = 0{,}0208$

Dobbiamo determinare il TIR di B:

Per fortuna già lo abbiamo, è proprio $i = 6\%$ annuo

Dobbiamo determinare il TIR di C:

È lo stesso di A, anche $i^* = 0{,}0208$ mensile

Per confrontarli dobbiamo portarli tutti su una stessa base, ad esempio quella annuale:

Allora, si ha:

$$i^*_A = (1{,}0208)^{12} - 1 = 0{,}2802 = 28{,}02\% \text{ annuo}$$

$$i^*_B = 6\% \text{ annuo}$$

$$i^*_C = 28{,}02\% \text{ annuo}$$

L'individuo sceglierà B perché pagherà di meno.

• Si ha:

$$28000 = R\,\frac{1-(1+i)^{-m}}{i}\,(1+i)\cdot(1+i)^{-m}$$

Prima di procedere dobbiamo convertire $i = 6\%$ annuo su base semestrale:

$$i_2 = (1+0{,}06)^{\frac{1}{2}} - 1 = 0{,}0296$$

Ora abbiamo tutto, si ha:

$$28000 = 1800 \, \frac{1-(1{,}0296)^{-m}}{0{,}0296} (1{,}0296)(1{,}0296)^{-2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad 1-(1{,}0296)^{-m} = \frac{28000 \cdot 0{,}0296}{1800 \cdot (1{,}0296) \cdot (1{,}0296)^{-2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (1{,}0296)^{-m} = 1 - \frac{28000 \cdot 0{,}0296}{1800 \cdot (1{,}0296)(1{,}0296)^{-2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -m = \frac{\log\left(1 - \frac{28000 \cdot 0{,}0296}{1800 \cdot (1{,}0296)(1{,}0296)^{-2}}\right)}{\log(1{,}0296)} = -22{,}03$$

$$\Rightarrow m = 22{,}03 \quad \Rightarrow [m+1] = 23$$

Calcoliamo la nuova rata:

$$28000 = R \, \frac{1-(1{,}0296)^{-23}}{0{,}0296} (1{,}0296)(1{,}0296)^{-2} \quad \Rightarrow R = 1745{,}91$$

- Piano d'ammortamento di C:

Sappiamo che $i_c = 28{,}02\%$ annuo, ci sta bene la base annua.

Allora dobbiamo sapere il valore della rata, si ha:

$$28000 = R \, \frac{1-(1{,}2802)^{-5}}{0{,}2802} \quad \Rightarrow R = 11062{,}78$$

Abbiamo tutto:

K	R_K	C_K	I_K	M_K
0	0	0	0	28000
1	11062,78	3217,19	7845,60	24782,81
2	11062,78	4118,6466	6944,1334	20664,1634
3	11062,78	5272,6914	5790,0886	15391,472
4	11062,78	6750,0996	4372,6804	8641,3724
5	11062,78	8641,4775	2427,3025	0,1 ~ 0

$\blacksquare$

Esercizio 9

martedì 1 febbraio 2022 15:50

Il suo amico A le chiede un consiglio sulla seguente proposta di finanziamento:

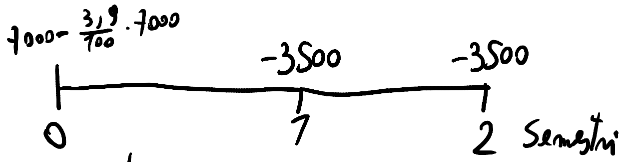
A riceve alla stipula del contratto 7000 €, ma subito viene detratto il 3,9% della somma. Il debito viene poi rimborsato con due rate semestrali posticipate di 3500 € ciascuna.

A non è convinto che l'operazione avvenga al tasso annuo del 3,9% come gli è stato detto e chiede il suo parere.

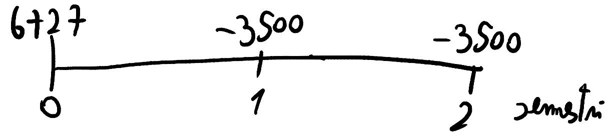
- Qual è secondo lei il TIR (su base annua) dell'operazione finanziaria?
- Lei propone di rimborsare la somma di 7000 €, allo stesso TIR dell'operazione precedente e sulla stessa durata di un anno ma con rate bimestrali costanti posticipate.

Determini la rata e scriva il relativo piano d'ammortamento.

SOL



$\Downarrow$



Si ha:

$$6727 = R\,\frac{1-(1+i)^{-2}}{i}\ \text{, cioè}$$

$$6727 = 3500\cdot\frac{1-(1+i)^{-2}}{i}\ \text{, cioè}$$

$$6727 = 3500\cdot V + 3500\cdot V^2 \quad\Rightarrow$$

$\Rightarrow 3500V^2 + 3500V - 6727 = 0 \Rightarrow$

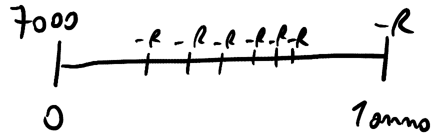
$\Rightarrow V = \dfrac{-3500 \pm 10376{,}39472}{7000}$ = Prendiamo quella positiva = $\dfrac{-3500 + 10376{,}39472}{7000} = 0{,}9738$

$\Rightarrow V = 0{,}9738 \Rightarrow i_2 = \frac{1}{V} - 1 = 0{,}269$ semestrale

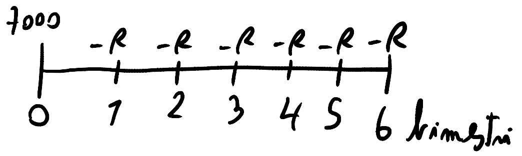
Si ha:

$i = (1+i_2)^2 - 1 = (1+0{,}269)^2 - 1 = 0{,}0545 = 5{,}45\%$ anno

Ora, si ha:



$i = 5{,}45\%$ anno



$\Rightarrow i_6 = (1+i)^{\frac{1}{6}} - 1 = (1{,}0545)^{\frac{1}{6}} - 1 = 0{,}00888$

Ora si ha:

$7000 = R\,\dfrac{1-(1{,}00888)^{-6}}{0{,}00888} \Rightarrow R = 1203{,}1938$

Piano d'ammortamento

K	R_K	C_K	I_K	M_K
0	0	0	0	7000
1	1203,1938	1141,0338	62,16	5858,9662
2	1203,1938	1151,1662	52,0276	4707,8
3	1203,1938	1161,3885	41,8053	3546,4115
4	1203,1938	1171,7017	31,4921	2374,7098
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	1192,6034

4	1203,1938	1177,7017	37,4927	[illegible]
5	1203,1938	1182,1064	21,0874	1192,6034
6	1203,1938	1192,6035	10,5903	0,0007 ∼ 0

Esercizio 10

martedì 1 febbraio 2022 16:27

Si consideri un TCF semestrale con valore facciale pari a 100 €, scadenza tre anni e tasso interesse nominale convertibile due volte l'anno pari al 10%.

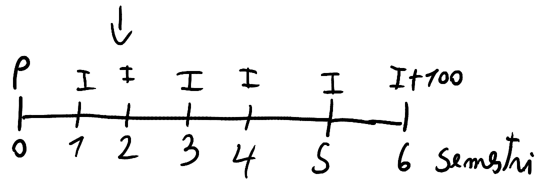
Determinare:

a) il TIR del titolo nel caso in cui venga emesso alla pari

b) il TIR del titolo nel caso in cui venga emesso al prezzo $P = 98{,}5$ €

c) il valore della cedola che garantisce un TIR del 9% su base annua nel caso in cui il titolo venga emesso al prezzo $P = 98{,}5$ €.

SOL



$$J_{nom}(2) = 10\% \Rightarrow i_2 = \frac{J_{nom}(2)}{2} = \frac{10\%}{2} = 5\%$$

Ora, sappiamo che $i_2 = \frac{I}{C}$, possiamo perciò calcolare I:

Si ha:

$$I = C \cdot i_2 = 5\% \cdot 100 = \frac{5}{100} \cdot 100 = 5$$

$$\Rightarrow I = 5$$

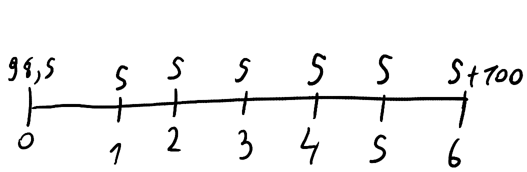
a): Si ha:

$$i_2 = \frac{I}{C} = \frac{5}{100} = 0{,}05 = 5\%$$

Dobbiamo convertirlo su base annua:

$$i = (1+i_2)^2 - 1 = (1{,}05)^2 - 1 = 0{,}1025 = 10{,}25\%$$

b):



$$98,5 = 5\cdot V + 5V^2 + 5V^3 + 5V^4 + 5V^5 + 105V^6$$

Dobbiamo usare il metodo dell'interpolazione lineare:

Scegliamo $\bar{V} = 0,95$, si ha che $f(\bar{V}) = 98,6754$ e si ha dunque $f(\bar{V}) > 98,5$

Possiamo prendere $V_m = 0,95$

Ora, scegliamo $\tilde{V} = 0,948$, si ha che $f(\tilde{V}) = 97,5749$ e si ha dunque $f(\tilde{V}) < 98,5$

Possiamo prendere $V_1 = 0,948$

Controlliamo il nostro margine di errore, si ha che $f(V_1+\varepsilon) = f(0,9481) = 97,6296 < 98,5$

V_1 non va bene, troviamo V_2 risolvendo il sistema seguente:

$$\begin{cases} f(V) = 98,5 \\ \dfrac{f(V)-f(V_1)}{f(V_m)-f(V_1)} = \dfrac{V-V_1}{V_m-V_1} \end{cases}$$

$$\Rightarrow V = V_1 + (V_m - V_1)\cdot \frac{f(V)-f(V_1)}{f(V_m)-f(V_1)} \Rightarrow V = 0,9496$$

$\Rightarrow V_2 = 0,9496$, si ha che $f(V_2) = 98,4544$

Controlliamo il nostro margine di errore:

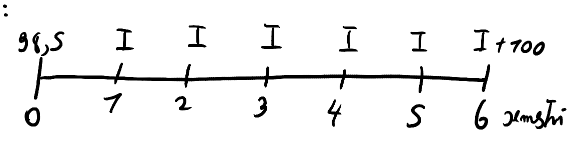
$$f(V_2+\varepsilon) = f(0,9497) = 98,5096 > 98,5$$

$\Rightarrow$ È una buona scelta assumere $V^* = V_2$

$\Rightarrow V^* = 0,9496$

$$\Rightarrow i^* = \frac{1}{V^*} - 1 = 0,0537 = 5,37\%$$

c):



$i^* = 9\%$

$\Downarrow$

$i_2 = (1,09)^{\frac{1}{2}} - 1 = 0,044 = 4,4\%$

Ora si ha:

$$98,5 = I \cdot \frac{1-(1,044)^{-5}}{\ } + (I+100)\cdot(1,044)^{-6}$$

υπο γι μα:

$$98,5 = I \cdot \frac{1-(1,044)^{-5}}{0,044} + (I+100) \cdot (1,044)^{-6}$$

$$\Rightarrow 98,5 = I \cdot \frac{1-(1,044)^{-5}}{0,044} + I \cdot (1,044)^{-6} + 100(1,044)^{-6}$$

$$\Rightarrow 98,5 - 100(1,044)^{-6} = I \left(\frac{1-(1,044)^{-5}}{0,044} + (1,044)^{-6} \right)$$

$$\Rightarrow I = 4,1107$$

Esercizio 11

martedì 1 febbraio 2022 17:15

Si dimostri se la seguente legge di capitalizzazione $m(t,s)$ è uniforme e scindibile, dove:

$$m(t,s) = 1 + 2i(s-t)$$

Sol

- Dobbiamo vedere se $m(t+\tau, s+\tau) = m(t,s)$:

  Si ha:

  $$m(t+\tau, s+\tau) = 1 + 2i(s+\tau-t-\tau) = 1 + 2i(s-t) = m(t,s)$$

  OK!, è uniforme

- Dobbiamo vedere se preso T t.c. $t<T<s$, deve essere: $m(t,T)\cdot m(T,s) = m(t,s)$

  Si ha:

  $$m(t,T)\cdot m(T,s) = [1+2i(T-t)]\cdot[1+2i(s-T)] = 1+2i(s-T)+2i(T-t)+4i^2(T-t)(s-T) \neq m(t,s)$$

  Non è scindibile!

Esercizio 12

martedì 1 febbraio 2022 20:48

Un individuo vuole acquistare un appartamento del valore di 130000 €. A tal fine, gli vengono proposte le seguenti alternative di mutuo:

- Alternativa A): versamento immediato di 30000 € e pagamento, a partire dall'epoca $t=1$ anno, di m rate costanti mensili posticipate al tasso del 5% annuo

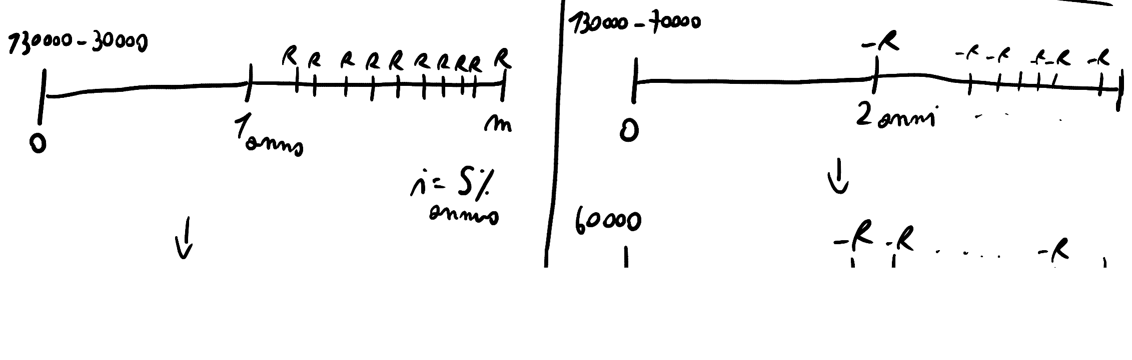
- Alternativa B): versamento immediato di 70000 € e pagamento a partire dall'epoca $t=2$ anni di 30 rate semestrali anticipate di importo $R=3000$ €

Supponendo che l'individuo non possa versare più del 30% del propio stipendio mensile pari a 1550 €, si determini il numero delle rate ed il relativo importo da versare nell'alternativa A. Quale delle due alternative è più conveniente secondo il criterio del TIR?

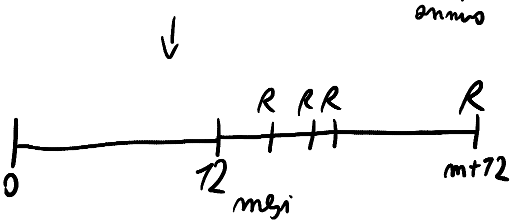
Si determini inoltre l'importo della rata R da pagare nell'alternativa B (anzichè 3000 €) affinchè le due alternative di mutuo siano caratterizzate da uno stesso tasso.

SOL

Alternativa A | Alternativa B



$i = 5\%$ annuo



$$i_{12} = (1{,}05)^{\frac{1}{12}} - 1 = 0{,}0041$$

$$R_{max} = \frac{30}{100}\cdot 1550 = 465$$

Deve essere

$$100000 = 465\,\frac{1-(1{,}0041)^{-m}}{0{,}0041}\cdot(1{,}0041)^{-12}$$

$$\Rightarrow 1-(1{,}0041)^{-m} = \frac{100000\cdot 0{,}0041}{465\cdot(1{,}0041)^{-12}}$$

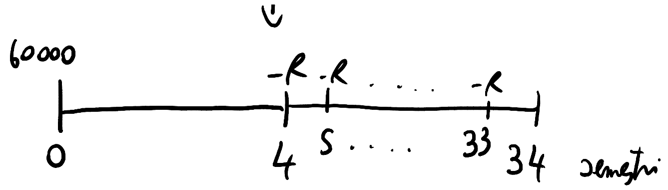
$$\Rightarrow -m = \frac{\log\left(1-\frac{100000\cdot 0{,}0041}{465\cdot(1{,}0041)^{-12}}\right)}{\log(1{,}0041)} = -636{,}65$$

$$\Rightarrow m = 636{,}65 \Rightarrow [m+1] = 637$$

Allora

$$100000 = R\,\frac{1-(1{,}0041)^{-637}}{0{,}0041}\cdot(1{,}0041)^{-12}$$

$$\Rightarrow R = 464{,}94$$



$R = 3000$

Deve essere

$$60000 = R\,\frac{1-(1+i)^{-30}}{i}(1+i)\,(1+i)^{-4} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 60000 = R\,v\cdot\frac{1-v^{30}}{1-v}\,v^3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 60000 = 3000\cdot v^4\,\frac{1-v^{30}}{1-v} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 20 = v^4\,\frac{1-v^{30}}{1-v}$$

Metodo interpolazione lineare:

Sia $\bar{v} = 0{,}98 \Rightarrow f(\bar{v}) = 20{,}96 > 20$

$\Rightarrow v_m = 0{,}98$

Sia ora $\tilde{v} = 0{,}96 \Rightarrow f(\tilde{v}) = 14{,}994 < 20$

$\Rightarrow v_1 = 0{,}96$

Margine di errore:

$$f(v_1+\varepsilon) = f(0{,}9601) = 15{,}0782$$

Non va bene v_1, troviamo v_2:

$$\begin{cases} f(v) = 20 \\ \dfrac{f(v)-f(v_1)}{f(v_m)-f(v_1)} = \dfrac{v-v_1}{v_m-v_1} \end{cases}$$

$$\Rightarrow v = v_1 + (v_m-v_1)\,\frac{f(v)-f(v_1)}{f(v_m)-f(v_1)} = 0{,}9767$$

$$\Rightarrow v_2 = 0{,}9767 \Rightarrow f(v_2) = 19{,}802$$

Margine di errore:

$$f(v_2+\varepsilon) = f(0{,}9768) = 19{,}835$$

Non va bene, troviamo v_3:

$$\begin{cases} f(v) = 20 \\ \dfrac{f(v)-f(v_2)}{} = \dfrac{v-v_2}{} \end{cases}$$

$$\begin{cases} f(v)=20 \\ \dfrac{f(v)-f(v_2)}{f(v_m)-f(v_2)} = \dfrac{v-v_2}{v_m-v_2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow v = v_2 + (v_m - v_2)\frac{f(v)-f(v_2)}{f(v_m)-f(v_2)} = 0,9772$$

$\Rightarrow v_3 = 0,9772$, si ha $f(v_3) = 19,97$

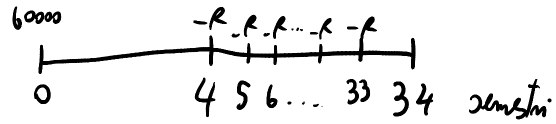
Ora $f(v_3+\varepsilon) = f(0,9773) = 20,006$

Allora $v^* = v_3 = 0,9772$

$$\Rightarrow i_2^* = \frac{1}{v^*} - 1 = 0,0233 = 2,33\% \text{ semestrale}$$

$$\Rightarrow \underset{\text{annuo}}{i^*} = (1+i_2)^2 - 1 = 0,0471 = 4,71\%$$

Secondo il criterio del TIR è meglio scegliere l'alternativa B

- 

Sia $i = 5\%$ annuo $\Rightarrow i_2 = (1,05)^{\frac{1}{2}} - 1 = 0,0247$

Si ha

$$60000 = R\,\frac{1-(1,0247)^{-30}}{0,0247}\cdot(1,0247)^{-4}$$

$\Rightarrow R = 3747,92$

∎

Esercizio 13

mercoledì 2 febbraio 2022 09:51

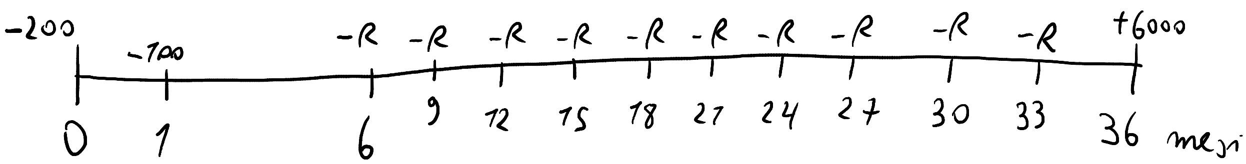
Un individuo intende aver disponibile fra 3 anni un importo pari a 6000 Euro da accumulare in un conto corrente mediante il versamento oggi (t0=0) di un importo pari a 200 Euro, dopo un mese di 100 Euro e, a partire dall'epoca t=1 semestre, di 10 rate costanti trimestrali anticipate. Supponendo che il conto corrente riconosca un tasso dell' 1.5% annuo, determinare:

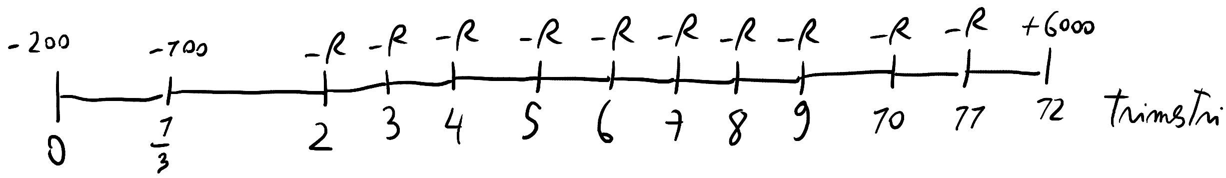
1. l'importo delle rate trimestrali.

All'epoca T=3 anni, l'individuo decide di acquistare un'automobile il cui prezzo è pari a 25000 Euro. A tal fine ha la possibilità di versare come anticipo la somma accumulata in precedenza e di coprire la parte restante del costo dell'automobile tramite il versamento di 4 rate quadrimestrali posticipate di importo pari a 5500 Euro. Determinare:

2. il tasso a cui avviene l'operazione di compravendita dell'automobile;
3. il piano d'ammortamento relativo all'acquisto dell'automobile.

SOL





$i = 1{,}5\%$ annuo $\Rightarrow i_4 = (1{,}015)^{\frac{1}{4}} - 1 = 0{,}00373$ trimestrale

Deve essere:

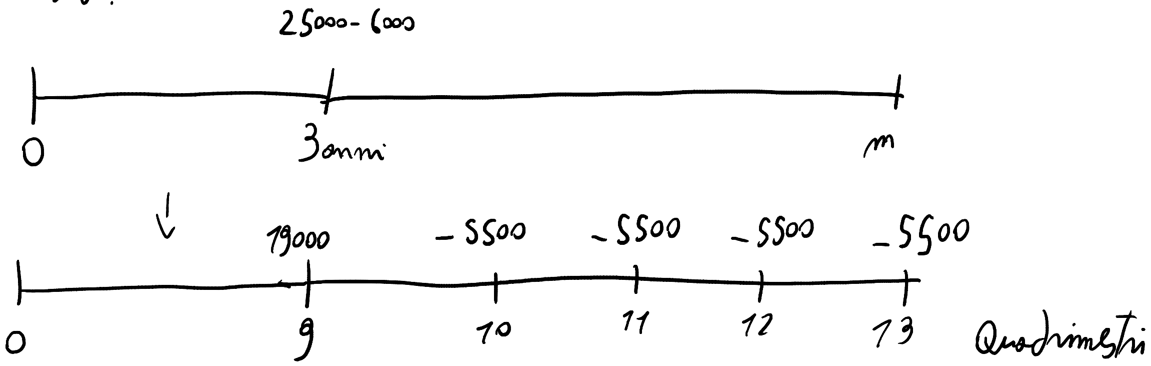
$$-200 - 100\,(1{,}00373)^{-\frac{1}{3}} - R\,\frac{1-(1{,}00373)^{-10}}{0{,}00373}\cdot(1{,}00373)\cdot(1{,}00373)^{-2} + 6000\,(1{,}00373)^{-12} = 0$$

$$\Rightarrow -R\,\frac{1-(1{,}00373)^{-10}}{0{,}00373}\cdot(1{,}00373)\,(1{,}00373)^{-2} = 200 + 100\,(1{,}00373)^{-\frac{1}{3}} - 6000\,(1{,}00373)^{-12}$$

$$\Rightarrow -R\,\frac{1-(1{,}00373)^{-10}}{0{,}00373}\,(1{,}00373)(1{,}00373)^{-2} = -5437{,}9635$$

$\Rightarrow R = 557{,}085$

Ora, si ha:



$$19000 = 5500 \, \frac{1-(1+i)^{-4}}{i} \qquad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 19000 = 5500 \quad v \, \frac{1-v^4}{1-v} \qquad \Rightarrow$$

Usiamo il metodo dell'interpolazione lineare:

Sia $\bar{v} = 0{,}95 \quad \Rightarrow f(\bar{v}) = 19384 \quad > 19000$

$\Rightarrow V_m = 0{,}95$

Sia $\tilde{v} = 0{,}93 \quad \Rightarrow f(\tilde{v}) = 18470{,}2 \quad < 19000$

$\Rightarrow V_1 = 0{,}93$

Margine di errore:

$$f(V_1 + \varepsilon) = f(0{,}9307) = 18414{,}97 \quad < 19000$$

Cerchiamo V_2:

$$\begin{cases} f(v) = 19000 \\ \frac{f(v) - f(V_1)}{} = \frac{V - V_1}{} \end{cases} \Rightarrow V = V_1 + (V_m - V_1)\,\frac{f(v) - f(V_1)}{f(V_m) - f(V_1)} = 0{,}9421$$

$$\Rightarrow V = V_1 + (V_m - V_1)\,\frac{f(V)-f(V_1)}{f(V_m)-f(V_1)}$$

$$\begin{cases} \dfrac{f(V)-f(V_1)}{f(V_m)-f(V_1)} = \dfrac{V-V_1}{V_m-V_1} \end{cases}$$

$\Rightarrow V_2 = 0{,}9421 \quad \Rightarrow f(V_2) = 18994{,}67 \quad < 19000$

Margine di errore:

$f(V_2+\varepsilon) = f(0{,}9422) = 18999{,}5$

Dobbiamo trovare V_3 :

$$\begin{cases} f(V) = 19000 \\ \dfrac{f(V)-f(V_2)}{f(V_m)-f(V_2)} = \dfrac{V-V_2}{V_m-V_2} \end{cases} \Rightarrow V = V_2 + (V_m - V_2)\,\frac{f(V)-f(V_2)}{f(V_m)-f(V_2)} = 0{,}9422$$

$\Rightarrow V_3 = 0{,}9422 \quad \Rightarrow f(V_3) = 18999{,}5$

Margine di errore:

$f(V_3+\varepsilon) = f(0{,}9423) = 19004{,}39 \quad > 19000$

$\Rightarrow$ OK $\quad V^* = V_3$

$\Rightarrow V^* = 0{,}9422 \quad \Rightarrow i_3^* = \dfrac{1}{V^*} - 1 = 0{,}0613 = 6{,}13\%$ quadrimestrale

$\Rightarrow i^* = (1{,}0613)^3 - 1 = 0{,}1954 = 19{,}54\%$ anno

Piano d'ammortamento:

K	R_K	C_K	I_K	M_K
9	0	0	0	19000
10	5500	4335,21	1164,79	14664,79
11	5500	4600,96	899,04	10063,83

10	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
11	5500	4600,96	899,04	10063,83
12	5500	4882,9988	617,0072	5780,8372
13	5500	5182,3266	317,6734	~0

∎

Esercizio 14

mercoledì 2 febbraio 2022 10:52

Un individuo ha oggi a disposizione una somma S=20000 che ha accumulato negli ultimi 3 anni
tramite il versamento periodico del 30% del proprio stipendio su un conto corrente remunerato al
tasso del 2% semestrale. Sapendo che lo stipendio gli viene corrisposto bimestralmente in modo
anticipato, se ne determini l'importo.
Oggi l'individuo vuole acquistare un'automobile il cui costo è pari a 30000 Euro. A tal fine, versa
come anticipo il 50% della somma S e gli viene offerta la possibilità di finanziare il costo residuo
dell'automobile nei seguenti modi:

- Alternativa A: versamento di 5 rate semestrali posticipate di importo pari a 4500 Euro.
- Alternativa B: versamento, a partire dall'epoca t=1 anno, di 10 rate trimestrali, posticipate e costanti al tasso del 3% annuo;

Determinare:

1. la rata da pagare nell'alternativa B;
2. in base al criterio del TIR, quale delle due alternative è più conveniente per l'individuo (motivare la risposta);
3. il piano d'ammortamento per l'alternativa A.

SOL

dove $R = \frac{30}{100} \cdot \text{Stipendio}$

$$i_2 = 2\% \Rightarrow i_6 = (1{,}02)^{\frac{1}{3}} - 1 = 0{,}006622$$

Dobbiamo calcolare lo stipendio S:

Usiamo la formula del montante di una rendita immediata, anticipata e costante:

$$W(T, I) = R \, \frac{(1+i)^m - 1}{i} \, (1+i)$$

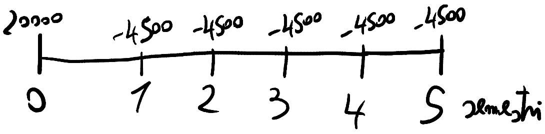
Cioè:

$$20000 = 0{,}3 \cdot S \, \frac{(1{,}006622)^{18} - 1}{0{,}006622} \, (1{,}006622)$$

$$20000 = 0{,}3 \cdot S \, \frac{(1{,}006622) - 1}{0{,}006622} \, (1{,}006622)$$

$\Rightarrow S = 3476{,}57$

Alternativa A



Deve essere

$$20000 = 4500 \, \frac{1 - (1+i)^{-5}}{i}$$

$\Rightarrow$

$$20000 = 4500 \, V \, \frac{1 - V^5}{1 - V}$$

Usiamo il metodo dell'interpolazione lineare:

Sia $\bar{V} = 0{,}97 \Rightarrow f(\bar{V}) = 20554{,}1992$

$\Rightarrow V_m = 0{,}97 \Rightarrow f(V_m) = 20554{,}1992$

Sia $\tilde{V} = 0{,}96 \Rightarrow f(\tilde{V}) = 19939{,}7487$

$\Rightarrow V_1 = 0{,}96 \Rightarrow f(V_1) = 19939{,}7487$

Margine di errore:

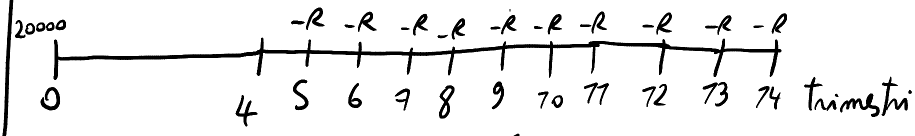
$f(V_1 + \varepsilon) = f(0{,}9607) = 19945{,}8112 < 20000$

Dobbiamo cercare V_2:

$$\begin{cases} f(V) = 20000 \\ \dfrac{f(V) - f(V_1)}{f(V_m) - f(V_1)} = \dfrac{V - V_1}{V_m - V_1} \end{cases} \Rightarrow V = V_1 + (V_m - V_1) \frac{f(V) - f(V_1)}{f(V_m) - f(V_1)} = 0{,}9609$$

$\Rightarrow V_2 = 0{,}9609 \Rightarrow f(V_2) = 19994{,}3707$

Alternativa B



$i = 3\%$ annuo $\Rightarrow i_4 = (1{,}03)^{\frac{1}{4}} - 1 = 0{,}007417$ trimestrale

Si ha che:

$$20000 = R \, \frac{1 - (1{,}007417)^{-10}}{0{,}007417} \, (1{,}007417)^{-4}$$

$\Rightarrow R = 2144{,}9654$

Margine di errore:

$f(v_2+\varepsilon) = f(0,961) = 20000,44802 \quad > 20000$

$\Rightarrow v^* = v_2 = 0,9609$

$\Rightarrow v^* = 0,9609 \Rightarrow i_2^* = \frac{1}{v^*} - 1 = 0,04069$ semestrale

$\Rightarrow i^* = (1,04069)^2 - 1 = 0,0830 = 8,30\%$ annuale

L'individuo sceglierà B perché ha un tasso inferiore, infatti $i_B = 3\% < i_A = 8,30\%$

Piano d'ammortamento:

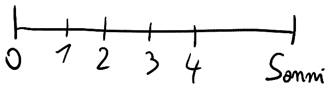
K	R_K	C_K	I_K	M_K
0	0	0	0	20000
1	4500	3686,4267	813,5733	16313,5733
2	4500	3836,4274	663,5726	12477,1459
3	4500	3992,5317	507,4683	8484,6142
4	4500	4154,9878	345,0722	4329,6264
5	4500	4324,0542	175,9458	~5 ≈ 0

Esercizio 15

giovedì 3 febbraio 2022 14:44

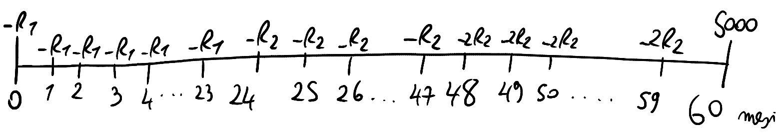
Mario, a partire da 5 anni fa, ha versato in un fondo che riconosceva il 3% annuo
rate mensili
anticipate di importo:
R1=50 € per i primi due anni;
R2 per i due anni successivi;
R3=2R2 per l'ultimo anno.
1. Determinare R2 sapendo che l'importo oggi accumulato è pari a S=5000 €.
L'importo S viene oggi usato come anticipo per l'acquisto di un'automobile che ha
prezzo 25000 €.
Per la parte residua, Mario può accedere a due finanziamenti:
a) Versamento di 12 rate quadrimestrali posticipate di cui 10 di preammortamento e
ultime
2 di importo 10500 €.
b) Versamento di 23 rate bimestrali posticipate di importo 200 € e maxirata finale di
20200
€ all'epoca 24 bimestri.
2. Determinare il finanziamento preferito da Mario in base al criterio del t.i.r.
3. Subito dopo il pagamento della sesta rata dell'alternativa prescelta, Mario ha la
possibilità di
rimborsare il debito residuo mediante 36 rate mensili posticipate con quota capitale
costante
al tasso del 5% annuo. Determinare la 30a
rata del nuovo finanziamento.
4. Determinare la maxirata finale di b) in modo che le due alternative siano
indifferenti per
Mario.

SOL



$i = 3\%$ annuo

$\Downarrow$



$i_{12} = (1{,}03)^{\frac{1}{12}} - 1 = 0{,}002466$ mensile

$R_1 = 50$ €

Deve essere:

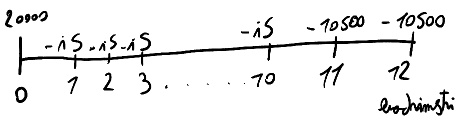
$$5000 = R_1 \frac{(1{,}002466)^{24}-1}{0{,}002466}(1{,}002466)(1{,}002466)^{36} + R_2 \frac{(1{,}002466)^{24}-1}{0{,}002466}(1{,}002466)(1{,}002466)^{12} + 2R_2 \frac{(1{,}002466)^{12}-1}{0{,}002466}(1{,}002466)$$

$$\Rightarrow 5000 = 1352{,}4539 + R_2 \underbrace{\left(\frac{(1{,}002466)^{24}-1}{0{,}002466}(1{,}002466)(1{,}002466)^{12} + 2\,\frac{(1{,}002466)^{12}-1}{0{,}002466}(1{,}002466)\right)}_{\simeq 49{,}8847}$$

$$\Rightarrow R_2 = 73{,}12$$

Ora:

Alternativa A



Deve essere:

$$20000 = i \cdot 20000 \, \frac{1-(1+i)^{-10}}{i} + 10500\,V^{11} + 10500\,V^{12}$$

$\Rightarrow$

$$20000 = 20000 \cdot (1 - V^{10}) + 10500\,V^{11} + 10500\,V^{12}$$

Ora si ha:

Sia $\bar{V} = 0,97 \Rightarrow f(\bar{V}) = 20047,527$

$\Rightarrow V_m = 0,97 \Rightarrow f(V_m) = 20047,527$

Sia $\tilde{V} = 0,9666 \Rightarrow f(\tilde{V}) = 19971,2455$

$\Rightarrow V_1 = 0,9666 \Rightarrow f(V_1) = 19971,2455$

Margine di errore:

$f(V_1 + \varepsilon) = f(0,9667) = 19973,4709$

Troviamo V_2:

$$\begin{cases} f(V) = 20000 \\ \dfrac{f(V) - f(V_1)}{f(V_m) - f(V_1)} = \dfrac{V - V_1}{V_m - V_1} \end{cases} \Rightarrow \quad V = V_1 + (V_m - V_1)\,\frac{f(V) - f(V_1)}{f(V_m) - f(V_1)} =$$

$\Rightarrow V_2 = 0,9678 \Rightarrow f(V_2) = 19997,5395$

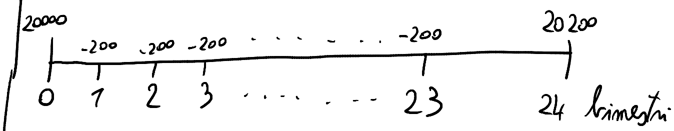
Ora

$f(V_2 + \varepsilon) = f(0,9679) = 19999,7613$

Troviamo V_3:

$$V_3 = V_2 + (V_m - V_2)\,\frac{f(V) - f(V_2)}{f(V_m) - f(V_2)} = 0,9679$$

Alternativa B



$i_6^* = \frac{200}{20000} = 0,01$ bimestrale

$i^* = (1,01)^6 - 1 = 0,0615 = 6,15\%$ annuo

$\Rightarrow V_3 = 0{,}9679 \Rightarrow f(V_3) = 19999{,}7673$

Ora

$f(V_3+\varepsilon) = f(0{,}968) = 20001{,}9879$

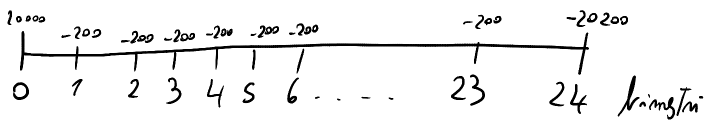
$\Rightarrow V^* = V_3 = 0{,}9679$

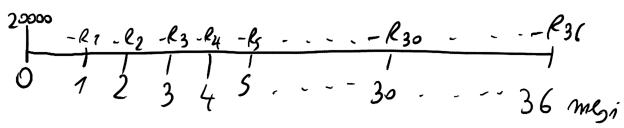
$\Rightarrow i_3^* = \frac{1}{V^*} - 1 = 0{,}03316$ quadrimestrale

$\Rightarrow i^* = (1{,}03316)^3 - 1 = 0{,}1028 = 10{,}28\%$ anno

Mario sceglierà l'opzione B

Ora,





$i = 5\%$ anno

$i_{12} = (1{,}05)^{\frac{1}{12}} - 1 = 0{,}0040742$ mensile

$C_k = \frac{S}{m} = \frac{20000}{36} = 555{,}5556$

$\parallel$

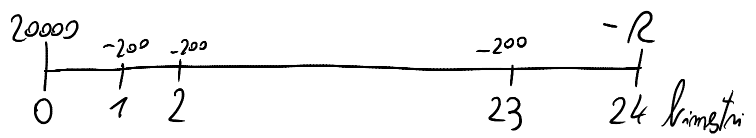
C_{30}

$M_{29} = 20000 - 29\,(555{,}5556) = 3888{,}8876$

$I_{30} = i\,M_{29} = (0{,}004074)\,M_{29} = 15{,}8433$

$R_{30} = C_{30} + I_{30} = 571{,}3989$

Ora,



Scegliamo lo stesso i annuo di A:

$i = 10{,}28\%$ annuo

$\Rightarrow i_6 = (1{,}1028)^{\frac{1}{6}} - 1 = 0{,}07644$

Per cui si ha che, deve essere:

$$20000 = 200 \frac{1-(1{,}07644)^{-23}}{0{,}07644} + R(1{,}07644)^{-24}$$

$\Rightarrow R = 23952{,}5831$

$\blacksquare$

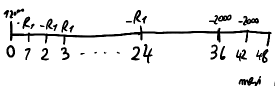
Esercizio 16

giovedì 3 febbraio 2022 16:05

Il signor Rossi intende prendere a prestito all'epoca t0=0 la somma S=12.000€ per l'acquisto di un
garage di pari valore. A tal fine valuta i seguenti tre finanziamenti alternativi:
• Finanziamento A: 24 rate immediate posticipate mensili R1 pari ad un trentesimo dell'importo preso
a prestito e 2 versamenti semestrali anticipati pari a 2.000€ a partire dal tempo t3 =3 anni;
• Finanziamento B: 10 rate semestrali immediate posticipate di preammortamento di importo
R2=720€ ed una maxi-rata di importo S=12.000.
• Finanziamento C: pagamento, al tasso annuo del 12%, di un importo pari al 50% del valore del
garage all'epoca 1 anno, in aggiunta al pagamento di 12 rate quadrimestrali posticipate a partire da
t2=2 anni, le prime 10 delle quali di importo R3 e le ultime due di importo R3/4.
1. Calcolare la rata R3 del finanziamento C.
2. Indicare l'operazione di finanziamento più conveniente in base al criterio del TIR,
spiegandone la motivazione.
3. Al tempo t1=1 anno, il signor Rossi accetta la proposta della banca di ripagare il debito residuo
con un ammortamento a rata bimestrale costante di durata 10 anni e TIR relativo
all'operazione ritenuta più conveniente al punto b). Indicare il valore delle ultime tre quote
capitali versate.

SOL

Finanziamento A



$R_1 = \frac{1}{30} \cdot 12000 = 400$

Deve essere

$$12000 = R_1 \frac{1-(1+i)^{-24}}{i} + 2000V^{36} + 2000V^{42}$$

$\Rightarrow$

$$12000 = 400\ V \frac{1-V^{24}}{1-V} + 2000V^{36} + 2000V^{42}$$

Usiamo il metodo dell'interpolazione lineare:

Sia $\bar{V} = 0{,}999 \Rightarrow f(\bar{V}) = 13327{,}8607$

$\Rightarrow V_m = 0{,}999 \Rightarrow f(V_m) = 13327{,}8607$

Sia $\tilde{V} = 0{,}99 \Rightarrow f(\tilde{V}) = 11797{,}2905$

$\Rightarrow V_1 = 0{,}99 \Rightarrow f(V_1) = 11797{,}2905$ inoltre $f(V_1+\varepsilon) < 12000$

Cerchiamo V_2:

$$\begin{cases} f(V) = 12000 \\ \frac{f(V)-f(V_1)}{f(V_m)-f(V_1)} = \frac{V-V_1}{V_m-V_1} \end{cases} \Rightarrow V = V_1 + (V_m - V_1)\frac{f(V)-f(V_1)}{f(V_m)-f(V_1)} = 0{,}9934$$

$\Rightarrow V_2 = 0{,}9934 \Rightarrow f(V_2) = 11936{,}8682$

Controlliamo:

$f(V_2+\varepsilon) = f(0{,}9935) = 11959{,}8624 < 12000$

Cerchiamo V_3:

$$\Rightarrow V = V_2 + (V_m - V_2)\frac{f(V)-f(V_2)}{f(V_m)-f(V_2)} =$$

$\Rightarrow V_3 = 0{,}9936 \Rightarrow f(V_3) = 11982{,}9799$

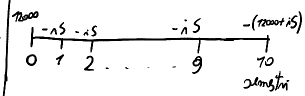
Controllo:

$f(V_3+\varepsilon) = f(0{,}9937) = 12006{,}041$

$\Rightarrow V^* = V_3 = 0{,}9936$

$\Rightarrow i^* =$

Finanziamento B



$R_2 = iS = 720$

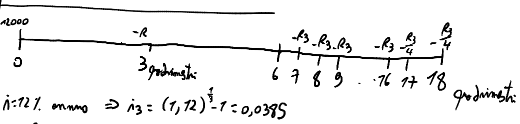
Notiamo che è un TCF emesso alla pari:

$\Rightarrow i_2^* = \frac{720}{12000} = 0{,}06 = 6\%$ semestrale

$\Rightarrow i^* = (1{,}06)^2 - 1 = 0{,}1236$

$= 12{,}36\%$ annuo

Finanziamento C



$i = 12\%$ annuo $\Rightarrow i_3 = (1{,}12)^{\frac{1}{3}} - 1 = 0{,}0385$

$R = \frac{50}{100} \cdot 12000 = 6000$

Deve essere:

$$12000 = 6000(1{,}0385)^{-3} + R_3\frac{1-(1{,}0385)^{-10}}{0{,}0385}(1{,}0385)^{-6} + \frac{R_3}{4}(1{,}0385)^{-11}(1{,}0385)^{-6} + \frac{R_3}{4}(1{,}0385)^{-12}(1{,}0385)^{-6}$$

$\Rightarrow$

$$12000 = 5357{,}1246 + R_3\left(\frac{1-(1{,}0385)^{-10}}{0{,}0385}(1{,}0385)^{-6} + \frac{1}{4}(1{,}0385)^{-11}(1{,}0385)^{-6} + \frac{1}{4}(1{,}0385)^{-12}(1{,}0385)^{-6}\right)$$

$$\Rightarrow R_3 = \frac{6642{,}8754}{6{,}7727} = 980{,}838$$

$\Rightarrow V^* = V_3 = 0,9936$

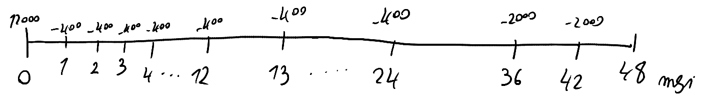
$\Rightarrow i_{12}^* = \frac{1}{V^*} - 1 = 0,006447$ mensile

$\Rightarrow i^* = (1,006447)^{12} - 1 = 0,0807$

$= 8,07\,\%$ annuo

L'individuo sceglierà l'opzione A

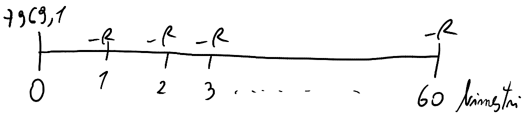
Ora:



Siccome è passato è un anno, il signor Rossi ha già pagato qualcosa, dobbiamo dunque calcolare il debito residuo:

Si ha che:

$$\text{Debito Residuo}_{12} = 400\,\frac{1-(1,006447)^{-12}}{0,006447} + 2000\,(1,006447)^{-24} + 2000\,(1,006447)^{-30} = 7969,1$$



$i_6 = (1,0807)^{\frac{1}{6}} - 1 = 0,01292$ bimestrale

Deve essere

$$7969,1 = R\,\frac{1-(1,01292)^{-60}}{0,01292}$$

$\Rightarrow R = 197,7$

Ora abbiamo due modi per calcolare C_{58}:

1°) $C_{58} = C_1 (1+i_6)^{57}$ dove C_1 come al solito è: $C_1 = R(1+i_6)^{-m} = R(1+i_6)^{-60}$

2°) $C_{58} = R - I_{58} = R - i_6 \cdot M_{57}$

$$M_{57} = 400\,\frac{1-(1+i_6)^{-3}}{i_6}$$

In entrambi i casi si ha:

$C_{58} = 184,4577$

$\Rightarrow C_{59} = C_{58}(1+i_6)$

$C_{60} = C_{59}(1+i_6)$